

**Manuel d'Utilisation**  
**Fascicule U4.5- : Méthodes de résolution**  
**Document : U4.52.11**

## Opérateur *NORM\_MODE*

---

### 1 But

---

Normer des modes propres en fonction d'un critère choisi par l'utilisateur.

Les opérateurs de calcul modal *MODE\_ITER\_INV* [U4.52.04] et *MODE\_ITER\_SIMULT* [U4.52.03] produisent un concept de type *mode\_meca* ou *mode\_meca\_c* dont les modes propres réels ou complexes sont normalisés de telle façon que la plus grande des composantes qui n'est pas un multiplicateur de LAGRANGE, soit égale à un.

L'opérateur *NORM\_MODE* permet à l'utilisateur de choisir une autre méthode de normalisation par exemple masse généralisée, rigidité généralisée ...

En fonction de la normalisation choisie, les paramètres modaux (facteur de participation, masse effective, ...) sont réactualisés.

Opérateur réentrant.

## 2    Syntaxe

```

m_out = NORM_MODE (

    ◇ reuse = m_out
    ◇ MODE = m_in                                     / [mode_meca]
                                                    / [mode_meca_c]
                                                    / [mode_flamb]
                                                    / [base_modale]

    ◇ / NORME = / 'MASS_GENE'
                                     / 'RIGI_GENE'
                                     / 'TRAN'
                                     / 'TRAN_ROTA'
                                     / 'EUCL'
                                     / 'EUCL_TRAN'

    / ◇ NOEUD = n [noeud]
      ◇ NOM_CMP = cmp [Kn]
    / SANS_CMP = s_cmp [l_Kn]
    / AVEC_CMP = a_cmp [l_Kn]

    ◇ MODE_SIGNE = _F (
        ◇ NOEUD = n [noeud]
        ◇ NOM_CMP = cmp, [Kn]
        ◇ SIGNE = / 'POSITIF' [DEFAULT]
                  / 'NEGATIF'
                )

si base_modale :
    ◇ MASSE = masse [matr_asse_depl_r]
                                ou [matr_asse_gene_r]
                                ou [matr_asse_pres_r]
    ◇ RAIDE = masse [matr_asse_depl_r]
                                ou [matr_asse_depl_c]
                                ou [matr_asse_gene_r]
                                ou [matr_asse_pres_r]
    ◇ AMOR = masse [matr_asse_depl_r]
                                ou [matr_asse_gene_r]

    ◇ SENSIBILITE = ( . . . voir [U4.50.02] . . .
                      )

    ◇ TITRE = t [l_Kn]

    ◇ INFO = / 1 [DEFAULT]
              / 2

                );

m_in =

si m_in est de type [mode_meca] alors m_out est de type [mode_meca]
idem avec [mode_meca_c]
idem avec [mode_flamb]
idem avec [base_modale]

```

## 3 Opérandes

### 3.1 Opérande MODE

♦ `MODE = m_in`

Nom du concept de type `mode_*` dont on veut changer la normalisation des modes propres. Si `m_out` est identique à `m_in` et si le mot-clé 'reuse' est activé avec la valeur `m_out` la renormalisation se fait en place.

### 3.2 Opérande NORME (cf. [§5])

/ `NORME =`

Nom symbolique de la norme choisie.

'MASS\_GENE' :

Les modes sont normalisés à la masse généralisée unitaire.

'RIGI\_GENE' :

Les modes sont normés à la rigidité généralisée unitaire.

'TRAN' :

Les modes sont normés à 1. pour la plus grande des composantes de translation : (composantes : `DX`, `DY`, `DZ`).

'TRAN\_ROTA' :

Les modes sont normés à 1. pour la plus grande des composantes de translation et de rotation (composantes : `DX`, `DY`, `DZ`, `DRX`, `DRY`, `DRZ`).

'EUCL' :

Les modes sont normalisés à la norme euclidienne des composantes qui ne sont pas des multiplicateurs de LAGRANGE (composante : `LAGR`).

'EUCL\_TRAN' :

Les modes sont normalisés à la norme euclidienne des composantes qui sont des composantes de translation (composantes : `DX`, `DY`, `DZ`).

### 3.3 Opérandes NOEUD et NOM\_CMP

♦ `NOEUD = n`

Nom du noeud de normalisation

♦ `NOM_CMP = cmp`

Nom de la composante de normalisation au noeud `n`

Les modes sont normés à 1. pour la composante `cmp` du noeud `n`.

### 3.4 Opérandes AVEC\_CMP / SANS\_CMP

/ `AVEC_CMP = a_cmp`

`a_cmp` liste des noms des composantes utilisées pour la normalisation.

Les modes sont normés à 1. pour la plus grande des composantes de la liste `a_cmp` quelque soit le noeud.

/ `SANS_CMP = s_cmp`

`s_cmp` liste des noms des composantes qui ne sont pas utilisées pour la normalisation.

Les modes sont normés à 1. pour la plus grande des composantes qui n'est pas dans la liste `s_cmp`.

- ◇ INFO = 1 ou 2
- Pour chaque mode, le nom de l'ancienne norme et le nom de la nouvelle norme sont indiqués dans le fichier MESSAGE.

## 4 Formulation des règles de normalisation

Les différentes normes utilisées ainsi que la définition des différents paramètres modaux sont recensées dans la documentation de référence [R5.01.03].

### 4.1 Modes propres réels

Pour les modes de type `MODE_MECA_R` (modes propres réels) le problème généralisé aux valeurs propres associé est :  $(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{x} = (\mathbf{K} - (2\pi f)^2 \mathbf{M}) \mathbf{x} = 0$

où  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{M}$  sont respectivement la matrice de masse et la matrice de rigidité du système mécanique.

Pour les modélisations '`MECANIQUE`', on définit les composantes du vecteur propre :

- composantes de translation  $\mathbf{u}^T$
- composantes de rotation  $\mathbf{u}^R$
- composantes des multiplicateurs de LAGRANGE  $\lambda$
- autres composantes (pression et potentiel fluide)  $p_f$

On appelle :

- $\mathbf{u}^{TR}$  composantes de translation et rotation,
- $\mathbf{u}$  composantes autres que multiplicateurs de LAGRANGE.

ce qui conduit à

$$\mathbf{u}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^T \\ \mathbf{u}^R \\ p_f \\ \lambda \end{bmatrix}$$

Pour les modèles avec composantes de translation et de rotation, le mode propre  $\Phi_i$  fourni par les algorithmes d'analyse modale est par défaut :

$$\Phi_i = \frac{\mathbf{u}^*}{\max \mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}^*}{\max \mathbf{u}^{TR}} = \Phi_i^{TR}$$

ce qui est équivalent à la normalisation obtenue par le mot clé '`TRAN_ROTA`'.

Avec le mot clé '`TRAN`' le mode obtenu est défini par :

$$\Phi_i = \frac{\mathbf{u}^*}{\max \mathbf{u}^T} = \Phi_i^T$$

Pour les modèles avec composantes de translation uniquement, la normalisation est par défaut :

$$\Phi_i^T = \frac{\mathbf{u}^*}{\max \mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u}^*}{\max \mathbf{u}^T}$$

ce qui est équivalent à la normalisation obtenue par le mot clé '`TRAN`'.

La normalisation par défaut conduit aux paramètres généralisés suivants :

- rigidité généralisée  ${}^T \Phi_i \mathbf{K} \Phi_i = \gamma_i$
- masse généralisée  ${}^T \Phi_i \mathbf{M} \Phi_i = \mu_i$
- d'où la pulsation propre  $\omega_i^2 = \frac{\gamma_i}{\mu_i}$

La normalisation à la masse généralisée unitaire est obtenue par le mot clé 'MASS\_GENE' :

$$\Phi_i^M = \frac{\Phi_i}{\sqrt{\mu_i}} \quad \text{d'où} \quad {}^T \Phi_i^M \mathbf{M} \Phi_i^M = 1. \quad \text{et} \quad {}^T \Phi_i^M \mathbf{K} \Phi_i^M = \omega_i^2$$

Celle à la rigidité généralisée unitaire est obtenue par le mot clé 'RIGI\_GENE' :

$$\Phi_i^K = \frac{\Phi_i}{\sqrt{\gamma_i}} \quad \text{d'où} \quad {}^T \Phi_i^K \mathbf{M} \Phi_i^K = \frac{1}{\omega_i^2} \quad \text{et} \quad {}^T \Phi_i^K \mathbf{K} \Phi_i^K = 1.$$

La normalisation du mode propre à la norme euclidienne 'EUCL' est obtenue naturellement par :

$$\Phi_i^{\|u\|} = \frac{\mathbf{u}^*}{\|\mathbf{u}\|} = \frac{\mathbf{u}^*}{\sqrt{\sum_j (\mathbf{u}_j)^2}}$$

La normalisation du mode propre à la norme euclidienne 'EUCL\_TRAN' est :

$$\Phi_i^{\|u^T\|} = \frac{u^*}{\|u^T\|} = \frac{u^*}{\sqrt{\sum_j (u_j^T)^2}}$$

## 4.2 Modes propres complexes

Pour les modes de type `MODE_MECA_C` (modes propres complexes) issus d'une résolution d'un problème quadratique aux valeurs propres  $\lambda^2 \mathbf{M} + \lambda \mathbf{C} + \mathbf{K} = \mathbf{0}$  où  $\mathbf{C}$  est la matrice d'amortissement du système mécanique, on norme les modes  $\Phi$  par rapport au problème linéarisé associé :

$$\left( \lambda \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{C} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} \lambda \Phi \\ \Phi \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

Le mode propre est normé à la masse généralisée unitaire ('MASS\_GENE'), si  $\Phi_i$  satisfait :

$$\left( \lambda \begin{pmatrix} {}^T \Phi_i & {}^T \Phi_i \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \Phi_i \\ \Phi_i \end{pmatrix} \right) = 1.$$

à la rigidité généralisée unitaire ('RIGI\_GENE'), si  $\Phi_i$  satisfait :

$$\begin{pmatrix} \lambda^T \Phi_i & {}^T \Phi_i \end{pmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \Phi_i \\ \Phi_i \end{pmatrix} = 1.$$

Pour les autres normes, les définitions sont équivalentes à celles définies pour les modes réels, il suffit de remplacer le produit scalaire par le produit hermitien.

## 5 Exemples modes réels

Pour les modes de type `mode_meca` (modes propres réels) issus d'une résolution d'un problème généralisé aux valeurs propres  $(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}) \mathbf{x} = 0$  :

- normer un vecteur propre  $x$  à la rigidité généralisée unitaire équivaut à ce que  $\mathbf{x}$  satisfasse

$$\mathbf{x}^T \mathbf{K} \mathbf{x} = 1$$

Normalisation avec duplication du concept `mode_meca` :

```
mo_2      = NORM_MODE (  MODE = mo_1 ,
                        NORME= 'RIGI_GENE'
                        );
```

- normer un vecteur propre  $x$  à la masse généralisée unitaire équivaut à ce que  $\mathbf{x}$  satisfasse

$$\mathbf{x}^T \mathbf{M} \mathbf{x} = 1$$

Normalisation "en place" à la masse généralisée unitaire :

```
mo      = NORM_MODE      (  reuse = mo ,
                        MODE   = mo ,
                        NORME  = 'MASS_GENE'
                        );
```